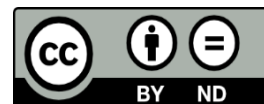


Prijaté/ Received: 26.11.2024

Recenzované/ Reviewed: 04.12.2024

DOI: <https://doi.org/10.24040/aap.2024.21.2.91-107>



Táto publikácia je šírená pod licenciou Creative Commons Attribution-NonDerivatives 4.0, International Licence CC BY-ND (uviedenie autora - bez odvodeného obsahu).

EFEKTÍVNOSŤ A SUPER-EFEKTÍVNOSŤ BANKOVÝCH SEKTOROV VO VYBRANÝCH KRAJINÁCH EURÓPSKEJ ÚNIE

EFFICIENCY AND SUPER-EFFICIENCY OF BANKING SECTORS IN THE SELECTED EUROPEAN UNION COUNTRIES

EMÍLIA ZIMKOVÁ

prof. Ing. Emília Zimková, PhD., Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica, e-mail: emilia.zimkova@umb.sk

ĽUBOMÍR PINTÉR

Ing. Ľubomír Pintér, PhD., Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica, e-mail: lubomir.pinter@umb.sk

ADRIÁN POLIAK

Ing. Adrián Poliak, Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica, e-mail: adrian.poliak@student.umb.sk

Abstract: *The European banking sector is vital to the European Union (EU) for several reasons, given its central role in the economy, its influence on financial stability, and its contribution to the EU's integration and development. European banking sectors provide essential credit to businesses, households, and governments, driving economic growth. The contribution attempts to measure and compare technical efficiency scores of 26 European banking systems in 2020 and 2021 by using Data Envelopment Analysis. This paper differs from the so far published literature, as it extends the application of a non-radial model and a super-efficiency model (Tone, 2001, 2002) on the whole banking systems of EU countries, not on individual banks or bank branches. Achieved results also reveal that in the year 2020, among 26 European banking systems under evaluation, 10 banking systems were efficient and the super-efficient was the banking sector of Luxembourg (score of efficiency 1.472). In the year 2021, 14 banking systems were efficient and the super-efficient was the banking sector of Croatia (score of efficiency 2.064). The implications of gained results are then drawn for managerial and regulatory purposes.*

Keywords: efficiency, super-efficiency, DEA, SBM, super-SBM, banking systems, European Union

JEL Classification: E44, G21, G28

ÚVOD

Bankový sektor v jednotlivých krajinách Európskej únie je životne dôležitým pilierom pre ekonomiky jednotlivých štátov. Zabezpečuje finančnú sprostredkovateľskú službu, podporuje hospodársky rast a stabilitu podnikania. Banky dodávajú finančné prostriedky dôležité pre rozvoj podnikateľskej činnosti, investície a inovácie. Rovnako podporujú jednotlivcov, domácnosti, podnikateľský sektor i štát financovať ich spotrebu, investície, lepšie plánovať ich budúce financie. Stabilita celého finančného systému a podnikateľského prostredia je v Európskej únii zabezpečovaná bankami tým, že prinášajú likviditu, manažujú riziká, prinášajú širokú škálu finančných služieb. Simultánne ale čelia mnohým výzvam (Ang, 2008). Rýchly technologický vývoj a digitálna transformácia ovplyvňujú spôsob, akým banky komunikujú so svojimi klientmi, realizujú svoje operácie, odhadujú riziká, plánujú svoj business. Schopnosť inovovať a flexibilitu bánk ovplyvňujú narastajúce regulácie, ktoré sú reakciou na krízy. Ziskovosť a riziko bankových aktivít je častokrát spojené so zmenami v makroekonomickom prostredí, ako napríklad zmeny úrokových sadzieb, zmeny v zdaňovaní, demografický vývoj, klimatické hrozby, deglobalizácia, či geopolitické udalosti. V tomto kontexte je teda kľúčové, aby banky efektívne využívali svoje zdroje a dosahovali optimálnu výkonnosť. Každoročný rast nárokov na výkonnosť a efektívnosť spôsobujú čoraz vyšší tlak na bankové inštitúcie, aby sa prispôbovali novým podmienkam a výzvam na trhu.

Na meranie technickej efektívnosti bankových sektorov je používaný neparametrický nástroj známy ako Data Envelopment Analysis (DEA). Metóda umožňuje porovnávať efektívnosť jednotlivých bankových sektorov a identifikovať potenciálne oblasti zlepšenia.

Cieľom príspevku je stručne charakterizovať DEA modely a ich hlavné členenie, analyzovať a porovnať technickú efektívnosť a super-efektívnosť bankových sektorov vybraných krajín Európskej únie prostredníctvom Slack-Based Measure (SBM) a Super-SBM DEA modelov (Tone, 2001, 2002) a na základe zistených poznatkov následne formulovať politiky smerujúce k zlepšeniu ich neefektívnosti, respektíve k udržaniu ich efektívnosti. Príspevok prináša cenné informácie predovšetkým pre regulátorov na národnej i nadnárodnej úrovni.

Okrem úvodu a záveru príspevok obsahuje tri časti. V prvej je uvedená konceptualizácia obalovej analýzy dát, pozostávajúca z historickej genézy tohto teoretického konceptu zameraného na meranie efektívnosti produkčných jednotiek a ich produktivity. Po vymedzení základných pojmov a hlavných radiálnych i neradiálnych modelov sa v prvej časti článku nachádza tiež prehľad ikonických diel zakladateľov obalovej analýzy dát, následne prehľad renomovaných autorov prehľadových štúdií z oblasti bankovníctva, ako aj prehľad autorov, ktorí sa venovali technickej efektívnosti bánk alebo pobočiek bánk v centrálnej Európe. Tento príspevok skúma technickú efektívnosť celých bankových systémov, berúc do úvahy, že vzniknutá banková únia EÚ ako aj intenzívna regulácia vyvolaná krízou, pandemiou a vojnovým konfliktom, vytvára homogénnejšie prostredie a teda predpoklady aj pre nadnárodné porovnania technických efektívností bankových systémov krajín Európskej únie. Druhá časť príspevku vymedzuje dáta a použité SBM a Super-efektívny SBM modely (Tone, 2001, 2002). Tretia časť príspevku prezentuje výsledky technickej efektívnosti a super-efektívnosti jednotlivých bankových systémov a tiež diskusiu o vývoji ziskovosti, depozít, úverov, zlyhaných aktív a iných ukazovateľov počas analyzovaného obdobia.

1. KONCEPTUALIZÁCIA A PREHĽAD LITERATÚRY

Obalová analýza údajov (Data Envelopment Analysis – DEA) je teoretický koncept pre komplexné meranie ekonomickej efektívnosti produkčných jednotiek (Decision making units – DMUs), ktoré v produkčnom procese transformujú viaceré vstupy na viaceré výstupy. I keď obalová analýza údajov umožňuje rozkladať ekonomickú (celkovú) efektívnosť na technickú aj alokačnú efektívnosť, pozornosť je v ďalšom texte venovaná iba oblasti merania technickej efektívnosti. Medzi známe publikácie, ktoré sú zamerané na charakteristiku jednotlivých metód a modelov v oblasti hodnotenia efektívnosti a výkonnosti produkčných jednotiek patria publikácie Thanassoulisa (2001), Coopera et al. (1996, 2007), Jablonského a Dlouhého (2004) či Bogetofta (2014).

V tejto časti príspevku uvidíme stručnú charakteristiku DEA modelov a ich základné členenie, pričom použijeme notáciu publikácie Cooper et al. (2007). Uvažujme súbor homogénnych produkčných jednotiek $DMU_1, DMU_2, \dots, DMU_n$. Nech ľubovoľná produkčná jednotka $DMU_o, o = 1, \dots, n$, produkuje z m vstupov reprezentovaných vektorom \bar{x}_o celkovo s výstupov reprezentovaných vektorom \bar{y}_o . Nech platí, že $\mathbf{X}_{m \times n}$ je príslušná matica všetkých m vstupov n produkčných jednotiek a $\mathbf{Y}_{s \times n}$ je príslušná matica ich všetkých s výstupov. Pre daný rozhodovací problém existuje množina produkčných možností (Production Possibility Set – PPS), ktorú tvoria pri danej technológii produkčného procesu prípustné kombinácie všetkých vstupov a výstupov. Množina produkčných možností má pri predpoklade konštantných výnosov z rozsahu tvar:

$$PPS_{CRS} = \{ (\bar{x}, \bar{y}) \mid \bar{x} \geq \mathbf{X}\bar{\lambda}, \bar{y} \leq \mathbf{Y}\bar{\lambda}, \bar{\lambda} \geq \bar{0} \}, \quad (1)$$

pri predpoklade variabilných výnosov z rozsahu tvar:

$$PPS_{VRS} = \{ (\bar{x}, \bar{y}) \mid \bar{x} \geq \mathbf{X}\bar{\lambda}, \bar{y} \leq \mathbf{Y}\bar{\lambda}, \bar{\lambda} \geq \bar{0}, \bar{e}'\bar{\lambda} = 1 \}, \quad (2)$$

príčom symbol \bar{e}' označuje príslušný jednotkový vektor v tvare \bar{e}' a symbol $\bar{\lambda}$ predstavuje príslušný vektor váh v tvare $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)'$. Technicky najefektívnejšie rozhodovacie jednotky určujú efektívnu hranicu, ktorú nazývame hranicou produkčných možností (Production Possibility Frontier – PPF). Pre každú $DMU_o, o = 1, \dots, n$ sa rieši úloha matematického programovania, pri ktorej sa hľadá taká kombinácia vstupov a výstupov, aby DMU_o neopustila množinu produkčných možností a stala sa zároveň technicky efektívnou, teda stala sa súčasťou hranice produkčných možností. V prípade radiálnych vstupne orientovaných modelov (CCR-I model a BCC-I model) je výsledkom riešenia 1. fázy optimalizačnej úlohy miera technickej efektívnosti θ_{CCR}^* , resp. θ_{BCC}^* , ktorá nadobúda hodnoty z intervalu $(0, 1]$, pričom hodnota 1 vyjadruje plnú Farrellovu efektívnosť vstupov pri CCR-I modeli (Farrell, 1957), resp. plnú čistú technickú efektívnosť vstupov pri BCC-I modeli (Cooper et al., 2007, s. 6). V prípade efektívnych produkčných jednotiek sa v 1. fáze nepredpokladá, že by mohla reálne existovať produkčná jednotka, ktorá dosiahne rovnaké výstupy s nižšími vstupmi. V prípade neefektívnych produkčných jednotiek, pre ktoré platí, že $\theta_{CCR}^* < 1$, resp. $\theta_{BCC}^* < 1$, je výsledkom návrh potenciálneho zlepšenia, teda proporcionálneho zníženia všetkých vstupov o $(1 - \theta_{CCR}^*)$ percent, alebo o $(1 - \theta_{BCC}^*)$ percent. V prípade radiálnych výstupne orientovaných modelov (CCR-O model a BCC-O model) je výsledkom riešenia 1. fázy optimalizačnej úlohy ukazovateľ η_{CCR}^* , resp. η_{BCC}^* , pričom obrátená hodnota tohto ukazovateľa je miera technickej efektívnosti príslušnej $DMU_o, o \in \{1, \dots, n\}$, ktorá nadobúda hodnoty z intervalu $(0, 1]$. Analogicky hodnota 1 vyjadruje plnú Farrellovú efektívnosť výstupov pri CCR-O modeli, resp. plnú čistú technickú efektívnosť výstupov pri

BCC-O modeli. V prípade efektívnych produkčných jednotiek sa pri riešení úlohy v 1. fáze nepredpokladá, že by mohla reálne existovať produkčná jednotka, ktorá dosiahne vyššie výstupy s rovnakými vstupmi. V prípade neefektívnych produkčných jednotiek, pre ktoré platí, že $1/\eta_{CCR}^* < 1$, resp. $1/\eta_{BCC}^* < 1$, je výsledkom návrh potenciálneho zlepšenia, teda proporcionálneho zvýšenia všetkých výstupov o $(\eta_{CCR}^* - 1)$ percent alebo o $(\eta_{BCC}^* - 1)$ percent.

Radiálne orientované modely umožňujú identifikovať vstupne a výstupne orientovanú Farrellovu mieru technickej efektívnosti, neumožňujú kvantifikáciu Pareto-Koopmansovej technickej efektívnosti skúmaných produkčných jednotiek. V prípade neradiálnych vstupne orientovaných modelov (SBM-I), neradiálnych výstupne orientovaných modelov (SBM-O) a neradiálnych neorientovaných modelov (SBM-IO) je výsledkom riešenia optimalizačnej úlohy miera ρ^* , ktorá nadobúda hodnoty z intervalu $(0, 1]$. Hodnota 1 vyjadruje Pareto-Koopmansovu technickú efektívnosť pri SBM-I, SBM-O a SBM-IO modeli. V prípade neefektívnych produkčných jednotiek, pre ktoré platí, že $\rho^* < 1$, je výsledkom návrh potenciálneho zlepšenia vo forme sklzov (Slacks) získaných ako doplnkové premenné optimalizačnej úlohy. Vektor sklzov vstupov $\vec{s}^- = (s_1^-, \dots, s_m^-)'$ predstavuje neradiálne zníženie úrovne používaných vstupov, ktoré je potrebné realizovať, aby sa príslušná produkčná jednotka stala technicky efektívnou. Vektor sklzov výstupov $\vec{s}^+ = (s_1^+, \dots, s_m^+)'$ predstavuje neradiálne zvýšenie úrovne používaných výstupov, ktoré je potrebné realizovať, aby sa príslušná produkčná jednotka stala technicky efektívnou (Farrell, 1957).

Základné verzie DEA modelov používaných pri meraní technickej efektívnosti môžeme posudzovať z dvoch hľadísk: (1.) z hľadiska formy (ne)efektívnosti, ktorú sú svojou mierou efektívnosti schopné obsiahnuť, a (2.) z hľadiska orientácie modelov. Dôležitým parametrom, ktorý si použitie každého jedného DEA modelu vyžaduje, je špecifikácia výnosov z rozsahu, ktoré sú typické pre daný produkčný proces. Napriek tomu nejde o triediace kritérium, hoci sa historicky zvykne rozlišovať CCR model a BCC model, ktorých jediný rozdiel spočíva v ekonomickom predpoklade, pri akých podmienkach operujú produkčné jednotky tvoriace efektívnu časť hranice produkčných možností. CCR model sa spája s predpokladom konštantných výnosov z rozsahu a BCC model vychádza z predpokladu variabilných výnosov z rozsahu.

Prvé hľadisko posudzovania rozlišuje medzi tzv. radiálnymi a neradiálnymi modelmi. Ako sme uviedli v prvej kapitole, Farrellovu technickú efektívnosť môžeme dosiahnuť proporcionálnym (radiálnym) znížením vstupov alebo proporcionálnym zvýšením výstupov. Pareto-Koopmansovu technickú efektívnosť (Koopmans, 1951) môžeme dosiahnuť neproporcionálnym (neradiálnym) znížením vstupov a/alebo neproporcionálnym zvýšením výstupov. V rámci obalovej analýzy údajov sa preto rozlišujú radiálne DEA modely (napríklad CCR model Charnesa, Choopera a Rhodesa z roku 1978 a BCC model Bankera, Charnesa a Coopera z roku 1984) a neradiálne DEA modely (napríklad SBM model Toneho z roku 2001).

Druhé hľadisko rozlišovania základných verzii DEA modelov je voľba orientácie modelu. Podľa tohto hľadiska sa rozlišujú vstupne orientované, výstupne orientované a neorientované DEA modely. Pri vstupnej orientácii modelu je v rámci zvyšovania technickej efektívnosti uvažované s potenciálnym znižovaním vstupov pri danej úrovni výstupov. Pri výstupnej orientácii modelu je za účelom zvyšovania technickej efektívnosti uvažované s2019 potenciálnym zvyšovaním dosahovaných výstupov pri daných vstupoch. Neorientovaný model pripúšťa súčasné súčasné znižovanie úrovne používaných vstupov a zvyšovanie úrovne dosahovaných výstupov.

Pokiaľ ide o predpoklad výnosov z rozsahu potrebný pre použitie DEA modelov, rozlišujeme: konštantné výnosy z rozsahu (Constant Returns to Scale – CRTS) a variabilné výnosy z rozsahu (Variable Returns to Scale – VRTS). Variabilné výnosy z rozsahu môžeme ďalej klasifikovať na rastúce výnosy z rozsahu (Increasing Returns to Scale – IRTS), klesajúce výnosy z rozsahu (Decreasing Returns to Scale – DRTS), nerastúce výnosy z rozsahu (Non-Increasing Returns to Scale – NIRTS) a nakoniec na neklesajúce výnosy z rozsahu (Non-Decreasing Returns to Scale – NDRTS). Historicky prvá formulácia DEA modelu, tzn. CCR model z roku 1978, bola odvodená od predpokladu konštantných výnosov z rozsahu. Historicky druhý DEA model, tzn. BCC model z roku 1984, už zovšeobecňoval tento predpoklad na variabilné výnosy z rozsahu. Časť príspevku pod názvom Dáta a model bude venovaná dátam a neradiálnemu SBM modelu a super-efektívnemu SMB modelu, ktoré budú využité v tomto príspevku.

Autormi najcitovanejšej multidisciplinárnej štúdie z oblasti bankovníctva sú Berger a Humphrey (1992, 1997). Ďalšiu významnú porovnávaciu štúdiu v oblasti merania efektívnosti a posudzovania výkonnosti v bankovníctve prezentovali Fethi a Pasiouras (2010), ktorí doplnili prácu Bergera a Humphreyho o chýbajúce štúdie, ktoré boli medzičasom publikované v uznávaných medzinárodných vedeckých časopisoch a zhodnotili aplikácie intenzívne sa rozvíjajúcej metodológie umelej inteligencie. Po rovnej dekáde Berger (2007) nadviazal na predošlý výskum a publikoval komparatívnu štúdiu, v ktorej hodnotil relatívnu efektívnosť a výkonnosť bánk z medzinárodnej alebo nadnárodnej perspektívy. Vzhľadom na skutočnosť, že väčšina analyzovaných štúdií skúmala technickú efektívnosť alebo výkonnosť bánk a iba 30 štúdií hodnotilo efektívnosť bankových pobočiek, Paradi a Zhu (2013) vypracovali prehľad prác, ktoré hodnotili efektívnosť a výkonnosť výlučne pobočiek komerčných bánk. Čo sa týka výskumu merania efektívnosti a výkonnosti produkčného procesu bankovníctva v krajinách Vyšehradskej skupiny, prvým autorom je Weill (2002), a k ostatným patrí Moudud-Ul-Huq et al. (2022) a Boďa, Zimková, Karaka (2024). Medzi najčastejších autorov publikujúcich v oblasti merania efektívnosti bankovníctva v centrálnej Európe patria najmä Boďa a Zimková (2015, 2017, 2019), Černohorská, Pilyavskyy a Aaronson (2017), Dráb a Kočišová (2018), Havránek, Iršová a Lešanovská (2016), Kasman (2005), Kočišová (2012, 2014a, 2014b, 2015), Kočišová a Palečková (2017), Kočišová a Šugerek (2021), Palečková (2019), Pančurová a Lýocsa (2013), Řepková (2012), Zimková (2014, 2016).

2. DÁTA A MODEL

Pri výpočte technickej efektívnosti bankových systémov v krajinách Európskej únie sme vychádzali z klasickej teórie produkčného procesu v bankovom sektore, konkrétne produkčný prístup (Benston, 1965). Podrobnejšie sa výberu premenných venovali autori Hancock (1991), Boďa, Zimková (2015). Pri vstupoch sme použili celkový (prepočítaný) počet zamestnancov v konkrétnom bankovom sektore ku koncu roka (Employees - E) a kapitál Tier 1 (C). Ako výstupy sme použili objem poskytnutých úverov (Loans – L), objem nakúpených štátnych dlhových cenných papierov (Debt securities – B) a depozitá (D). Základné premenné a ich krátky opis sú v tabuľke 1.

Tabuľka 1: Premenné využité v modeloch

Premenná	Skratka	Opis
Employees	E	Celkový počet zamestnancov v bankovom sektore k 31.12. daného roka
Deposits	D	Celkové depozitá k 31.12. daného roka, v miliónoch €
Loans	L	Celkové úvery k 31.12. daného roka, v miliónoch €
Debt securities	B	Nakúpené štátne dlhové cenné papiere k 31.12. daného roka, v miliónoch €
Tier 1 capital	C	Výška Tier 1 kapitálu k 31.12. daného roka, v miliónoch €

Údaje o jednotlivých vstupoch a výstupoch sme získali zo štatistiky Európskej bankovej federácie (objem úverov, depozít a počet zamestnancov) a Statistical Data Warehouse (Tier 1 kapitál a nakúpené štátne dlhové cenné papiere). Efektívnosť sme chceli skúmať pre všetkých 27 krajín Európskej únie, ale z dôvodu nedostupnosti údajov pre bankový sektor v Írsku sme počet krajín zúžili na 26. V príspevku je aplikovaný inovatívny SBM (Slacks-Based Measure) model, ktorého autorom je Tone (2001). SBM môžeme interpretovať ako podiel priemernej mix neefektívnosti vstupov a priemernej mix neefektívnosti výstupov. Model SBM sa získava riešením úlohy frakčného programovania, ktorá má v prípade neorientovaného SBM modelu s variabilnými výnosmi z rozsahu tvar:

$$\min_{\lambda, \bar{s}^-, \bar{s}^+} \rho_o = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{io}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \frac{s_k^+}{y_{ko}}} \quad (3)$$

za podmienok:

$$\bar{s}^- = \bar{x}_o - \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{x}_i \geq \bar{0}_{mx1}$$

$$\bar{s}^+ = \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{y}_i - \bar{y}_o \geq \bar{0}_{sx1}$$

$$\bar{e}' \bar{\lambda} = 1, \quad \bar{\lambda} \geq \bar{0}_{nx1},$$

pričom miera efektívnosti je $\rho_o \in [0,1]$. Pri SBM modeli platí veta, že ak DMU_A dominuje DMU_B (teda platí $\bar{x}_A \leq \bar{x}_B$ a $\bar{y}_A \geq \bar{y}_B$), potom $\rho_A \geq \rho_B$ (Cooper et al., 2007, s. 101). DMU_o je SBM-efektívna len vtedy ak $\rho_o^* = 1$.

Neefektívna DMU_o sa môže stať efektívnou ak neproporcionálne zníži prebytočné vstupy o \bar{s}^{-*} a zvýši nedostatočné výstupy o \bar{s}^{+*} . V prípade ak by sme v úlohe frakčného programovania vynechali podmienku konvexnosti, išlo by o neorientovaný SBM model s konštantnými výnosmi z rozsahu. Pre vstupne aj výstupne orientovaný model platí, že $\rho^* \leq \theta_{CCR}^* \leq \theta_{BCC}^*$, teda optimálne riešenie SBM algoritmu nie je väčšie ako optimálne riešenie CCR, resp. BCC algoritmu. DMU_o je SBM efektívna len vtedy, keď je CCR a BCC efektívna.

V DEA modeloch býva efektívnym produkčným jednotkám priradená miera efektívnosti na úrovni 1. Ak je príliš veľa vstupných a výstupných premenných v porovnaní s počtom analyzovaných produkčných jednotiek, môžu sa mnohé produkčné jednotky zdať technicky efektívne. Pre potreby klasifikácie efektívnych produkčných jednotiek vznikli modely super efektívnosti, ktoré umožňujú vyjadriť mieru super efektívnosti vyššiu ako

jedna. V našom výskume sa využil super efektívny SBM model, ktorého autorom je Tone (2002). Použitý SBM super efektívny model predpokladá variabilné výnosy z rozsahu:

$$\min_{\bar{\lambda}, \bar{s}^-, \bar{s}^+} \rho_o = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{io}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s \frac{s_k^+}{y_{ko}}} \quad (4)$$

za podmienok:

$$\begin{aligned} \bar{s}^- &= \bar{x}_o - \sum_{i=1, i \neq o}^n \lambda_i \bar{x}_i \geq \bar{0}_{m \times 1} \\ \bar{s}^+ &= \sum_{i=1, i \neq o}^n \lambda_i \bar{y}_i - \bar{y}_o \geq \bar{0}_{s \times 1} \\ \bar{e}' \bar{\lambda} &= 1, \quad \bar{\lambda} \geq \bar{0}_{n \times 1} \end{aligned}$$

Keďže pre DMU_o pri modeli super efektívnosti neplatí podmienka konvexnosti, optimálne riešenie super efektívneho SBM modelu $\rho_o^* \geq 1$. Alternatívne možnosti výpočtu super efektívnosti je možné nájsť v publikácii Jablonský a Dlouhý (2004), Jablonský (2007).

3. VÝSLEDKY A DISKUSIA

Ako bolo uvedené v predchádzajúcej časti, na meranie technickej efektívnosti vybraných bankových sektorov v Európskej únii sme použili neradiálny SBM model a super-efektívny SBM model. Pri výbere premenných sme vychádzali z tzv. produkčného prístupu v teórii bankovníctva a teda na strane vstupov minimalizujeme počty zamestnancov a výšku kapitálu v bankových systémoch krajín EÚ a na strane vstupov modelu maximalizujú výšku získaných depozít, poskytnutých úverov a nakúpených štátnych cenných papierov. Najprv budeme skúmať 26 bankových sektorov za obdobia 2020 a 2021 prostredníctvom DEA SBM modelu.

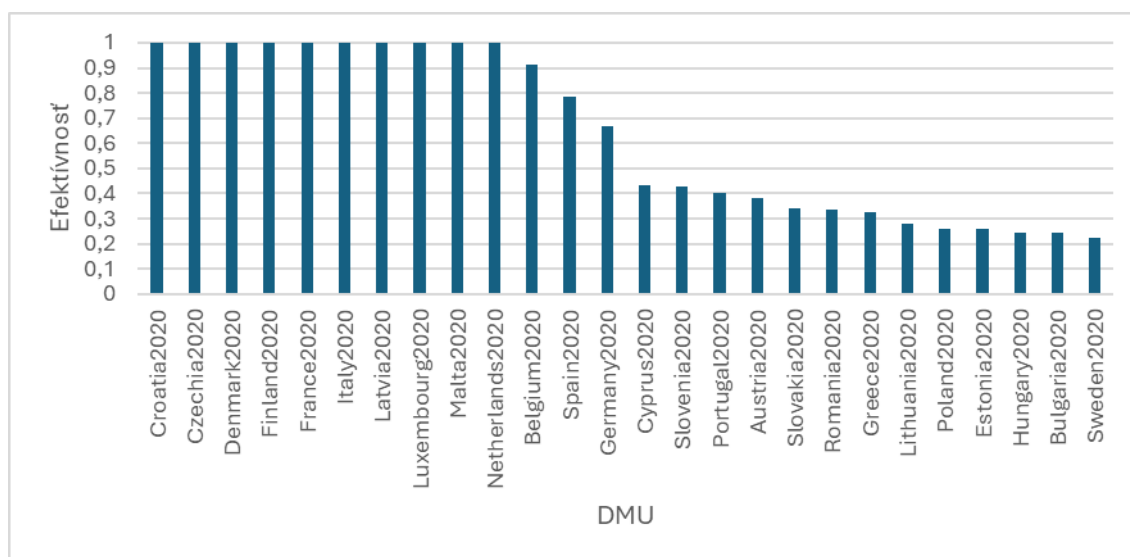
Tabuľka 2: Technická efektívnosť jednotlivých bankových systémov EÚ za rok 2020

DMU	Skóre efektívnosti	Poradie	Referenčný sektor	RTS
Austria	0.383	17	Denmark	Decreasing
Belgium	0.912	11	Luxembourg	Decreasing
Bulgaria	0.242	25	Latvia	Increasing
Croatia	1	1	Croatia	Increasing
Cyprus	0.431	14	Latvia	Increasing
Czechia	1	1	Czechia	Constant
Denmark	1	1	Denmark	Constant
Estonia	0.259	23	Malta	Increasing

DMU	Skóre efektívnosti	Poradie	Referenčný sektor	RTS
Finland	1	1	Finland	Increasing
France	1	1	France	Decreasing
Germany	0.668	13	France	Decreasing
Greece	0.327	20	Luxembourg	Constant
Hungary	0.245	24	Luxembourg	Increasing
Italy	1	1	Italy	Decreasing
Latvia	1	1	Latvia	Increasing
Lithuania	0.278	21	Latvia	Increasing
Luxembourg	1	1	Luxembourg	Constant
Malta	1	1	Malta	Increasing
Netherlands	1	1	Netherlands	Constant
Poland	0.259	22	Luxembourg	Constant
Portugal	0.401	16	Luxembourg	Constant
Romania	0.339	19	Czechia	Constant
Slovakia	0.341	18	Latvia	Increasing
Slovenia	0.425	15	Latvia	Increasing
Spain	0.788	12	Denmark	Decreasing
Sweden	0.222	26	Denmark	Decreasing

Prameň: vlastné spracovanie

Tabuľka 2 poskytuje prehľad o skóre technickej efektívnosti produkčných jednotiek za rok 2020, ich poradie, referenčnú produkčnú jednotku a výnosy z rozsahu. Môžeme konštatovať, že úplne efektívnych produkčných jednotiek je až 10. Relatívne vysokú efektívnosť dosiahlo aj Belgicko (91,23 %). V roku 2020 nedosiahlo 12 produkčných jednotiek efektívnosť ani na úrovni 50 %. Najnižšiu efektívnosť dosiahlo v roku 2020 Švédsko (22,2 %), druhú najnižšiu efektívnosť má bankový sektor Bulharska (24,2 %). Efektívnosť nad 50 % dosiahli okrem Belgicka aj bankové sektory v Nemecku (66,8 %), Španielsku (78,8 %). Bankové sektory s úplnou efektívnosťou sú samy sebe referenčným sektorom. V prípade neefektívnych produkčných jednotiek sú ich referenčnými bankovými sektormi zvyčajne Luxembursko (5) a Lotyšsko (5). V tabuľke 2 sú ďalej výnosy z rozsahu, za akých jednotlivé bankové sektory operujú. 11 sektorov funguje v podmienkach rastúcich výnosov z rozsahu, 8 sektorov v konštantných výnosoch z rozsahu a 7 sektorov v klesajúcich výnosoch z rozsahu. Klesajúce výnosy z rozsahu vidíme najmä pri väčších bankových systémoch, čo znamená, že zvýšenie vstupov o jednotku prinesie nižší objem výstupov v porovnaní s predchádzajúcim obdobím.



Graf 1: Technická efektívnosť jednotlivých produkčných jednotiek za rok 2020

Prameň: vlastné spracovanie

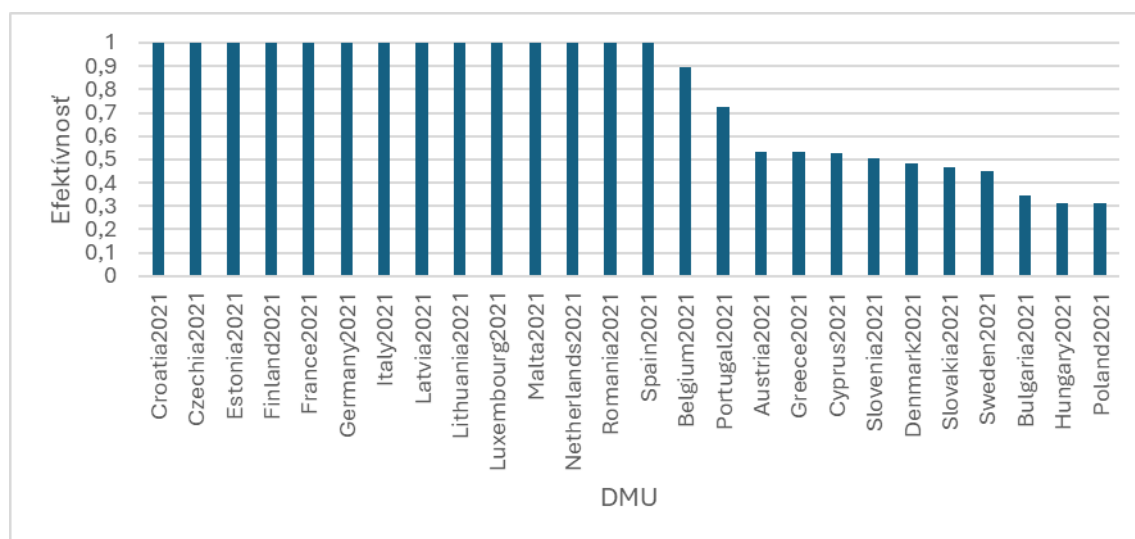
Tabuľka 3 poskytuje informácie za rok 2021 o skóre technickej efektívnosti jednotlivých bankových sektorov krajín Európskej únie, o ich poradí efektívnosti, referenčnom sektore a o výnosoch z rozsahu pre bankové systémy krajín EÚ. Počet úplne efektívnych bankových sektorov sa v roku 2021 zvýšil na 14. K efektívnym bankovým sektorom sa v roku 2021 pridali Estónsko, Nemecko, Lotyšsko, Rumunsko a Španielsko. Naopak pokles v efektívnosti vidíme pri Dánsku, v ktorom dosiahla len 48,1 %. Celkovo 6 bankových sektorov nedosiahlo efektívnosť na úrovni 50 %. Krajiny, v ktorých dosiahol bankový sektor najnižšiu efektívnosť sú Poľsko (31,1 %) a Maďarsko (31,5 %). Nad 50 % sa dostalo v roku 2021 okrem Belgicka aj Portugalsko (72,7 %), Rakúsko (53,4 %), Grécko (53,3 %), Cyprus (52,9 %) a tesne aj Slovinsko (50,6 %). Pre najmenej efektívne produkčné jednotky sú vzory Luxembursko (3) a Česko (2). V roku 2021 fungovalo 11 bankových sektorov v podmienkach rastúcich výnosov z rozsahu, 11 sektorov v podmienkach konštantných výnosov z rozsahu a len 4 v podmienkach klesajúcich výnosov z rozsahu.

Tabuľka 3: Technická efektívnosť bankových systémov EÚ za rok 2021

DMU	Skóre efektívnosti	Poradie	Referenčný sektor	RTS
Austria	0.534	17	Luxembourg	Constant
Belgium	0.894	15	Luxembourg	Decreasing
Bulgaria	0.345	24	Czechia	Increasing
Croatia	1	1	Croatia	Constant
Cyprus	0.529	19	Malta	Increasing
Czechia	1	1	Czechia	Constant
Denmark	0.481	21	Luxembourg	Decreasing
Estonia	1	1	Estonia	Increasing
Finland	1	1	Finland	Increasing
France	1	1	France	Decreasing

Germany	1	1	Germany	Decreasing
Greece	0.533	18	Malta	Increasing
Hungary	0.315	25	Czechia	Constant
Italy	1	1	Italy	Constant
Latvia	1	1	Latvia	Increasing
Lithuania	1	1	Lithuania	Increasing
Luxembourg	1	1	Luxembourg	Constant
Malta	1	1	Malta	Increasing
Netherlands	1	1	Netherlands	Constant
Poland	0.311	26	Luxembourg	Constant
Portugal	0.727	16	Latvia	Increasing
Romania	1	1	Romania	Constant
Slovakia	0.465	22	Latvia	Increasing
Slovenia	0.506	20	Latvia	Increasing
Spain	1	1	Spain	Constant
Sweden	0.451	23	Luxembourg	Constant

Prameň: vlastné spracovanie



Graf 2: Technická efektívnosť bankových systémov za rok 2021

Prameň: vlastné spracovanie

Tabuľka 4: Deskriptívna štatistika technickej efektívnosti pre roky 2020 a 2021

Rok	2020	2021
Average	0.635	0.773
Max	1	1
Min	0.222	0.311
St Dev	0.334	0.274

Prameň: vlastné spracovanie

Pri medziročnom porovnaní priemerná efektívnosť bankových sektorov krajín EÚ stúpla z 63,5% na 77,3%. Tento nárast môžeme vidieť aj na medziročnom raste počtu efektívnych DMU z 10 v roku 2020 na 14 v roku 2021. Na vyššiu priemernú efektívnosť mala vplyv aj minimálna dosiahnutá efektívnosť, ktorá medziročne vzrástla z 22,2% na 31,1%, čo znamená, že najmenej efektívne DMU boli v roku 2021 efektívnejšie ako v predchádzajúcom období. Pokles vidíme pri smerodajnej odchýlke, teda variabilita v našom sledovanom súbore DMU medziročne klesla z 33,4 % na 27,4 %. Najvýraznejšiu zmenu sme zaznamenali pri Estónsku (285,9 %) z efektívnosti na úrovni 25,9 % v roku 2020 na 100 % efektívnosť v roku 2021. Podobnú zmenu registrujeme aj pri Lotyšsku (260,3 %) z 27,8 % na 100 %, Rumunsku (195,4 %) z 33,9 % na 100 % a Nemecku, ktorému stačilo na dosiahnutie úplnej efektívnosti 49,8 % zmena z efektívnosti 66,8 % na 100 %. Na druhej strane, medziročný pokles registrujeme len pri 2 DMU. Pri dánskom bankovom sektore je to pokles o 51,9 % z úplnej efektívnosti v roku 2020 na 48,1 % v roku 2021. Druhý bankový sektor, v ktorom sme zaznamenali pokles je belgický (-1,8 %), kde klesla z 91,2 % na 89,4 %.

Super-efektívnosť bankových systémov krajín EÚ za rok 2020 a 2021 odhadnutú prostredníctvom Super-efficiency SBM modelu je v nasledujúcej tabuľke.

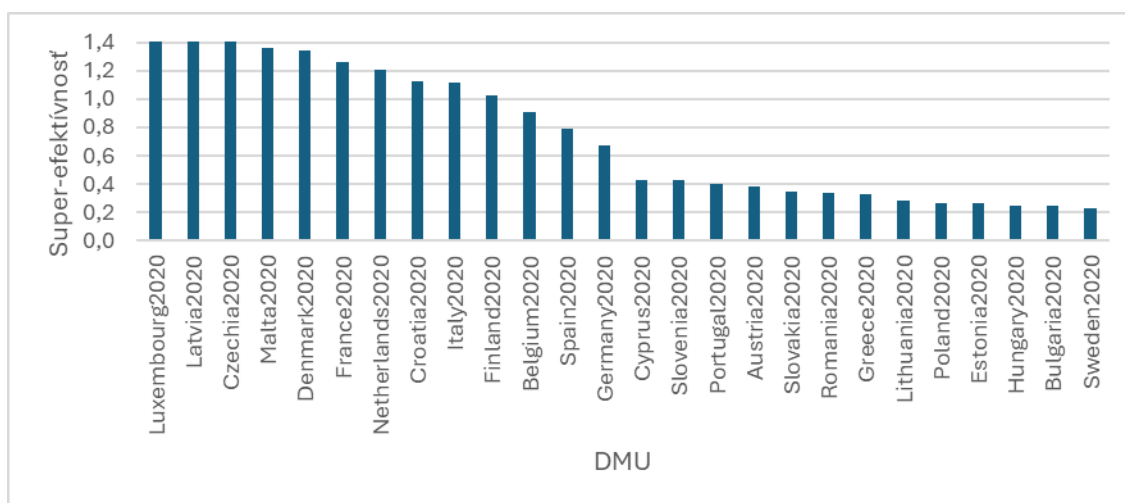
Tabuľka 5: Skóre super-efektívnosti vybraných produkčných jednotiek za rok 2020

Bankové systémy	2020		2021	
	Score	Rank	Score	Rank
Austria	0.383	17	0.534	17
Belgium	0.912	11	0.894	15
Bulgaria	0.242	25	0.345	24
Croatia	1.129	8	2.064	1
Cyprus	0.431	14	0.529	19
Czechia	1.432	3	1.318	5
Denmark	1.349	5	0.481	21
Estonia	0.259	23	1.032	10
Finland	1.030	10	1.030	11
France	1.259	6	1.275	6
Germany	0.668	13	1.002	14
Greece	0.327	20	0.533	18
Hungary	0.245	24	0.315	25
Italy	1.119	9	1.226	7
Latvia	1.443	2	1.345	4
Lithuania	0.278	21	1.014	12
Luxembourg	1.472	1	1.485	2
Malta	1.367	4	1.381	3
Netherlands	1.205	7	1.204	8
Poland	0.259	22	0.311	26
Portugal	0.401	16	0.727	16
Romania	0.339	19	1.013	13
Slovakia	0.341	18	0.465	22
Slovenia	0.425	15	0.506	20
Spain	0.788	12	1.084	9

Bankové systémy	2020		2021	
	Score	Rank	Score	Rank
Sweden	0.222	26	0.451	23

Prameň: vlastné spracovanie

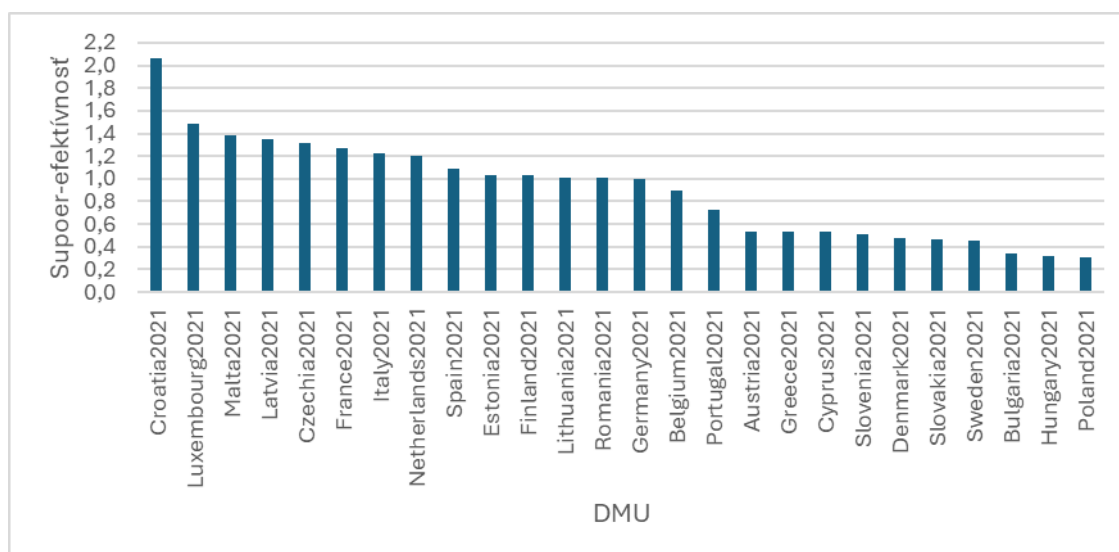
Na základe výsledkov super-efektívneho SBM modelu môžeme konštatovať, že transformáciu nami vybraných vstupov na výstupy v roku 2020 najlepšie zvládol bankový sektor v Luxembursku, ktorý dosiahol skóre super-efektívnosti 147,2 %. Mierne nižšiu mieru technickej efektívnosti bankového systému dosiahlo Lotyšsko (144,3 %) a Česko (143,2 %). Skóre super-efektívnosti pre neefektívne DMU zostáva nezmenené v porovnaní s klasickým SBM modelom, pretože super-efektívny SBM model usporiada od najvyššej po najnižšiu hodnotnou len efektívne produkčné jednotky (teda so skóre technickej efektívnosti rovnjej jednej a viac).



Graf 3: Super-efektívnosť bankových systémov krajín EÚ za rok 2020

Prameň: vlastné spracovanie

V roku 2021 transformáciu pracovnej sily a kapitálu na výstupy v podobe poskytnutých úverov, prijatých depozít a nakúpených štátnych dlhových cenných papierov najlepšie zvládol chorvátsky bankový sektor (206,4 %). Pomerne nižšiu úroveň, ale stále vysokú dosiahli bankové sektory v Luxembursku (148,5 %) a na Malte (138,1 %).



Graf 4: Super-efektívnosť bankových systémov v EÚ za rok 2021

Prameň: vlastné spracovanie

Ziskovosť bánk v Európskej únii v prvom polroku 2020 oslabil, čo bolo spôsobené ekonomickým dopadom pandémie. Celková návratnosť vlastného kapitálu (ROE) významných inštitúcií na konci 2. štvrťroka pokračovala v klesajúcom trende na približne 2 %. Pokles ziskovosti bol spôsobený vyššími úverovými stratami, ktoré boli len čiastočne kompenzované znížením nákladov. Pokles ROE pripisujeme nárastu v úverových stratách spolu s poklesom ostatných položiek ziskov a strát, ktoré sú úzko prepojené so znehodnotením goodwillu. Čistý úrokový výnos a čistý príjem z poplatkov a provízií celkovo poklesli. Tento trend bol ale rozdielny v jednotlivých krajinách Európskej únie. Banky v kvartile s najlepšou výkonnosťou utrpeli najväčší pokles ziskovosti v prvom polroku 2020. Naopak, ziskovosť bánk s najhoršou výkonnosťou zostala nezmenená vďaka ziskom z ostatného príjmu a stratových položiek a najmä z agresívneho znižovania nákladov, aby sa zabránilo ďalšiemu zvyšovaniu ich strát. Zhoršujúce sa ekonomické podmienky počas pandémie spomalili tempo znižovania nesplácaných úverov (Non-Performing Loans - NPL), takže pomer nesplácaných úverov bol v druhom štvrťroku 2020 na úrovni 3,0 % po 3,1 % v predchádzajúcom štvrťroku. Rovnako začal rásť aj podiel úverov s odkladom splátok. Tento rast bol spôsobený úpravou podmienok pri úveroch z dôvodu dočasného narušenia príjmov dlžníkov počas pandémie. Novovzniknuté úvery mali tiež tendenciu mať vyššie úverové riziko. Pravdepodobnosť zlyhania (Probability of Default - PD) vykazovaná bankami o nových úveroch vo svojich portfóliách založených na internom ratingu sa počas druhého štvrťroka zvýšila, čo poukazuje na nárast kreditného rizika v úverových knihách bánk pri prudkom poklese ekonomickej aktivity. Ceny akcií bánk v eurozóne sa počas leta 2020 zotavovali oveľa pomalšie ako celkový trh a pomery medzi cenami a účtovnými hodnotami boli nižšie v porovnaní s globálnymi cenovými papiermi. Zatiaľ čo svetové akciové trhy zaznamenali počas leta veľké oživenie, ceny akcií svetových bánk zostali až 50 % pod úrovňou z konca februára 2020. S agregovaným pomerom ceny k účtovej hodnote 0,44 sa banky v eurozóne v roku 2020 umiestnili pod japonskými a britskými bankami.

Celkový pomer nesplácaných úverov bánk počas prvého polroka 2021 klesal, najmä v dôsledku odpredaja starých nesplácaných úverov. Celkový pomer nesplácaných úverov bol na konci druhého štvrťroka 2021 na úrovni 2,4 %, čo je pokles o 31 bazických bodov v porovnaní s koncom predchádzajúceho roka. V roku 2021 vypršali takmer všetky moratória

na úvery. Konkrétne 88 % moratórií udelených na úvery vypršalo k júnu 2021. V prvom polroku 2021 sa zlepšila ziskovosť bánk vďaka nižším úverovým stratám a vyšším príjmom. Celková návratnosť ROE významných inštitúcií vzrástla z 1,3 % na konci roka 2020 na 5,2 % v druhom štvrtroku 2021. Najväčší vplyv na ziskovosť pripisujeme nižším nákladom na nesplatené úvery. V prípade bánk s lepšími výsledkami bolo zlepšenie ziskovosti spôsobené najmä vyšším prevádzkovým ziskom, zatiaľ čo banky s horšími výsledkami zaznamenali pokles prevádzkového zisku, ktorý bol kompenzovaný nižšími znehodnoteniami a kladnými príspevkami z iných jednorazových položiek zisku a strát. Čisté úrokové výnosy zostali utlmené, no ich pokles sa v poslednom čase spomalil a v roku 2021 tvorili 60 % celkového čistého príjmu významných inštitúcií eurozóny. Banky v eurozóne zaznamenali od začiatku pandémie vysoký nárast depozít. Vyššie úspory domácnosti sú reakciou na proti-pandemické opatrenia a podnikové úvery na vytvorenie likvidných vankúšov viedli k nadmernému prílevu depozít. Od roku 2019 do druhého štvrtroku 2021 sa objem depozít domácnosti a podnikov zvýšil o 9 %, resp. 18 %. Ceny akcií bánk v eurozóne sa vrátili na úroveň pred pandemiou. Nárast cien akcií bánk, ktorý sa začal v novembri 2020 schválením vakcíny a neskôr bol poháňaný vyššími inflačnými očakávaniami, priviedol v júni ceny akcií bánk späť na úroveň pred pandemiou. To, že ceny akcií bánk dosiahli, ale ešte nie výrazne prekročili predpandemickú úroveň, naznačuje, že účastníci trhu veria, že sektor prekonal pandemiou vyvolané výzvy, ale stále prevládajú štrukturálne problémy vyplývajúce z nákladovej neefektívnosti a nízkej ziskovosti.

ZÁVER

Európsky bankový priestor je životne dôležitým z niekoľkých dôvodov: má centrálnu úlohu pri podpore ekonomiky, ovplyvňuje finančnú stabilitu, podporuje Európsku konkurencieschopnosť. Európsky bankový sektor poskytuje úvery dôležité pre podnikanie, obyvateľov, vlády, je zdrojom hospodárskeho rastu. Cieľom príspevku bolo merať a porovnávať skóre technickej efektívnosti 26 bankových systémov členských krajín Európskej únie v rokoch 2020 a 2021 prostredníctvom obalovej analýzy dát. Tento príspevok využíva na meranie technickej efektívnosti inovatívny neradiálny model japonského vedca Kaoru Toneho (2001, 2002) na meranie SMB technickej efektívnosti a SBM super-efektívnosti, pričom rozhodovacími jednotkami 26 bankových systémov členských krajín Európskej únie (chýba bankový systém Írska kvôli nedostupnosti údajov). Skutočnosť, že sa príspevok neorientuje na jednotlivé banky alebo pobočky bánk, robí tento príspevok výnimočným. V histórii teórie produkčného procesu v bankovníctve sme v súvislosti s meta-hranicou porovnávajúcou jednotlivé bankové systémy zaznamenali kritiku vzhľadom na ich heterogenitu (Berger, 2007). Avšak pod vplyvom finančnej krízy 2008, následnej pandémie COVID, ako aj pod vplyvom vojenského konfliktu, ktorému čelí Európa, došlo k výraznej harmonizácii bankového odvetvia i k vzniku bankovej únie v rámci EÚ, čo bankové systémy štrukturálne harmonizovalo a ich nadnárodné porovnanie sa stalo adekvátnym.

Dosiahnuté výsledky ukazujú, že v roku 2020, medzi 26 Európskymi bankovými systémami, ktoré sme hodnotili, desať z nich dosiahlo úroveň technickej efektívnosti (Chorvátsko, Česká republika, Dánsko, Fínsko, Francúzsko, Taliansko, Lotyšsko, Luxembursko, Malta a Holandsko) a super-efektívny bol bankový sektor Luxembursku (skóre technickej efektívnosti 1.472). V roku 2021 sme zaznamenali 14 technicky efektívnych bankových systémov (Chorvátsko, Česká republika, Estónsko, Fínsko, Francúzsko, Nemecko, Taliansko, Litva, Lotyšsko, Luxembursko, Malta, Holandsko, Rumunsko

a Španielsko) a super-efektívny bol bankový sektor Chorvátska (skóre technickej efektívnosti 2.064). Väčšina bankových sektorov vykonáva činnosť v prostredí rastúcich výnosov z rozsahu, menej v konštantných a len ojedinele v klesajúcich výnosov z rozsahu.

Vzhľadom na dynamiku a komplexnosť bankových sektorov je dôležité neustále sledovať a hodnotiť ich výkonnosť a prispôbovať sa meniacim sa podmienkam a výzvam trhu. Tento príspevok ponúka dôležité informácie pre strategické manažérske rozhodnutia predstaviteľom jednotlivých bankových systémov krajín Európskej únie ako aj pre predstaviteľov národných regulačných orgánov.

Grantová podpora: Vedecký príspevok je súčasťou riešenia projektu číslo VEGA 1/0442/22 „Nové DEA modely pre použitie na regulačné účely vo finančných a sieťových odvetviach“.

LITERATÚRA

ANG, J. B. 2008. A survey of recent developments in the literature of finance and growth. *Journal of Economic Surveys*, 22(3), 536–576. <https://doi.org/10.1111/j.1467-6419.2007.00542.x>.

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. 1984. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, roč. 30, 1984, č. 9, ISSN 0025-1909, s. 1078-1092.

BERGER, A. N.; HUMPHREY, D. B. 1992. Measurement and Efficiency Issues in Commercial Banking. *Griliches, Z. (ed) Output measurement in the Service Sectors*. University of Chicago Press, Chicago, s. 245-300.

BERGER, A. N.; HUMPHREY, D. B. 1997. Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Directions for Future Research. *European Journal of Operational Research*, roč. 98, 1997, č. 2, s. 175-212.

BERGER, A. N. 2007. International Comparisons of Banking Efficiency. *Financial Markets, Institutions & Instruments*, roč. 16, 2007, č. 3, s. 119-144.

BENSTON, G. 1965. Branch banking and economies of scale. *Journal of Finance*, vyd. 20, č. 2, s. 312-331.

BOĎA, M.; ZIMKOVÁ, E. 2015. Efficiency in the Slovak banking industry: a comparison of three approaches. *Prague economic papers*. Prague: The University of Economics. ISSN 1210-0455.

BOĎA, M.; ZIMKOVÁ, E. 2017. Malmquist index analysis of the recent development of the Slovak banking sector from two different angles. *Economic Change and Restructuring*, 50(2), 95–131. <https://doi.org/10.1007/s10644-016-9183>.

BOĎA, M.; ZIMKOVÁ, E. 2019. Spatial aspect in bank branch performance management. *Inzinerine Ekonomika-Engineering Economics*, 30(2), 128–139. <https://doi.org/10.5755/j01.ee.30.1.14306>.

BOĎA, M.; ZIMKOVÁ, E.; KARAKA, A. 2024. Two decades of efficiency research in Czech and Slovak banking in retrospect. *Politická ekonomie*. Prague: The University of Economics. 72(6), 841–866, <https://doi.org/10.18267/j.polek.1442>.

BOGETOFT, P. 2012. *Performance benchmarking. Measuring and Managing Performance*. New York: Springer, 2012. 255 s. ISBN 978-1-4614-6042-8.

CHARNES, A.; COOPER, W.; RHODES, E. 1978. Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, vyd. 89. 1978, č. 2, ISSN 0377-2217. s. 429-444.

COOPER, W. W.; THOMPSON, R. G.; THRALL, R. M. 1996. Introduction: Extensions and New Developments in DEA. *Annals of Operational Research*, vyd. 66, 1996, s. 3-45.

COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; TONE, K. 2007. *A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. 2. vyd. New York : Springer. s. 490. ISBN-13 978-0387-45283-8.

ČERNOHORSKÁ, L.; PILYAVSKYY, A.; AARONSON, W. 2017. Comparative performance of the Visegrad group banks for the period 2009–2013. *Ekonomie a Management*, 20(2), 175–187. <https://doi.org/10.15240/tul/001/2017-2-013>.

DRÁB, R.; KOČIŠOVÁ, K. 2018. Efficiency of the banks: The case of the Visegrad countries. *Economic Annals–XXI*, 174(11–12), 34–42. <https://doi.org/10.21003/ea.V174-0>

Európska centrálna banka. 2024. Statistical Data Warehouse, [online databáza]. [cit. 11. 05. 2024]. Dostupné na internete: <https://sdw.ecb.europa.eu/>.

FARRELL, J. M. 1957. The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, 120, Part III, s. 253-281. ISSN 0964-1998.

FETHI, M. D.; PAIOURAS, F. 2010. Assessing bank efficiency and performance with operational research and artificial intelligence techniques: A survey. *European Journal of Operational Research*. 204. 189 – 198.

HANCOCK, D. 1991. *A theory of production for the financial firm*. New York: Springer, 1991. 157 s. ISBN 978-94-010-5722-6.

HAVRÁNEK, T.; IRŠOVÁ, Z.; LEŠANOVSKÁ, J. 2016. Bank efficiency and interest rate pass-through: Evidence from Czech loan products. *Economic Modelling*, 54, 153–169. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2016.01.004>.

JABLONSKÝ, J.; DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha : Professional publishing. s. 183. ISBN 9788086419497.

JABLONSKÝ, J. 2007. *Operační výzkum*. Praha : Professional Publishing. 323 s. ISBN 9788086946443.

KASMAN, A. 2005. Efficiency and scale economies in transition economies – Evidence from Poland and the Czech Republic. *Emerging Markets Finance and Trade*, 41(2), 60–81.

KOČIŠOVÁ, K. 2012. Application of DEA models at the analysis of bank branches technical Efficiency. *Ekonomický časopis* 60: 169–186.

KOČIŠOVÁ, K. 2014a. Application of data envelopment analysis to measure cost, revenue and profit efficiency. *Statistika*, 94(3), 47–57.

KOČIŠOVÁ, K. 2014b. The use of credit cards and bank efficiency. *Ekonomie a Management*, 17(1), 121–139.

KOČIŠOVÁ, K. 2015. Loan efficiency in the Visegrad countries. *Acta Oeconomica*, 65, 161–181.

KOČIŠOVÁ, K.; PALEČKOVÁ, I., 2017. The super- efficiency model and its use for ranking and identification of outliers [online]. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae*

Mendelianae Brunensis, vol. 65, č. 4, s. 142-1382. [cit. 2024-02-24]. Dostupné na internete: <https://acta.mendelu.cz/pdfs/acu/2017/04/29.pdf>.

KOČIŠOVÁ, K.; ŠUGEREK, P. 2021. Revenue efficiency in the Czech Republic and Slovakia. *AD ALTA – Journal of Interdisciplinary Research*, 11(1), 130–137.

KOOPMANS, T. C. 1951. *An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities*. In Koopmans, T. C. (ed) *Activity Analysis of Production and Allocation*. New York : John Wiley and Sons, Inc.

PALEČKOVÁ, I. 2019. Cost efficiency measurement using two-stage data envelopment analysis in the Czech and Slovak banking sectors. *Acta Oeconomica*, 69(3), 445–466. <https://doi.org/10.1556/032.2019.69.3.6>.

PANČUROVÁ, D.; LÝOCSA, Š. 2013. Determinants of commercial banks efficiency: Evidence from 11 CEE countries. *Finance a úvěr*, 63(2), 152–179.

PARADI, J. C.; ZHU, J. 2013. A survey on bank branch efficiency and performance research with Data Envelopment Analysis. *Omega*. 2013. 41. 61–79.

ŘEPKOVÁ, I. 2012. Measuring the efficiency in the Czech banking industry: data envelopment analysis and Malmquist index. *Proceedings of the 30th international conference Mathematical Methods in Economics*, Silesian University in Opava, School of Business Administration in Karviná, Karviná.

MOUDUD-UL-HUG, S.; MATEEV, M.; SOHAIL, H. M., et al. 2022. How does diversification affect efficiency? Insights of the Central Europe. *Global Business Review*, 21. <https://doi.org/10.1177/09721509211026823>.

TONE, K. 2001. A slack-based Measure of Efficiency in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, vyd. 130, 2001, s. 498-509.

TONE, K. 2002. A slack-based Measure of Super-efficiency in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, vyd. 143, 2002, s. 32-41.

THANASSOULIS, E. 2001. *Introduction to the Theory and Application on Data Envelopment Analysis: A Foundation Text with Integrated Software*. New York : Springer. 281 s. ISBN 0792374290.

ZIMKOVÁ, E. 2014. Technical efficiency and super-efficiency of the banking sector in Slovakia. *Procedia Economics and Finance*. 2014.

ZIMKOVÁ, E. 2016. *Retailový produkčný proces v komerčnom bankovníctve a jeho hodnotenie*. Bratislava: Wolters Kluwer. 112. s. ISBN 978-80-8168-320-6.

WEILL L. 2002. Does restructuring improve banking efficiency in a transition economy? *Applied Economics Letters*, 9(5), 279–281. <https://doi.org/10.1080/13504850110068125>.